

---

Análisis de rentabilidad y posoptimalidad  
de un modelo de inventario colaborativo

*Profitability and postoptimality analysis  
of a collaborative inventory model*

**Esther  
Segura Pérez**

*Universidad Nacional  
Autónoma de México,  
UNAM, México*

**Verónica  
Olvera Rodríguez**

*Universidad Nacional  
Autónoma de México,  
UNAM, México*

Recibido: 8 de marzo de 2022.  
Aprobado: 20 de diciembre de 2022.

## Resumen

*Debido a que los cálculos en los modelos de inventarios arrojan un valor óptimo único sin tomar en cuenta la holgura de valores en la que se mantienen los mínimos costos, en este estudio se propone una metodología de posoptimalidad para conocer los límites de la cantidad óptima a ordenar o producir para los cuales las actividades y costos asociados se mantienen en un mínimo dentro de la cadena de suministro, además, de determinar qué tan rentable es la inversión en el inventario, mediante el cálculo del margen bruto del retorno de la inversión del inventario (GMROI por sus siglas en inglés). El análisis de posoptimalidad se realiza en un intervalo de 1 a 10 000 piezas a pedir o producir para los modelos de inventario del comprador, proveedor y un modelo colaborativo. Los resultados del análisis de posoptimalidad para el ejemplo planteado indican que el modelo de inventario conjunto genera un costo mínimo dentro de la cadena de suministro al ordenar y producir entre 1039 a 1082 piezas. Es necesario resaltar que para poder aplicar un modelo colaborativo entre comprador y proveedor se necesita generar un intercambio de información, formulación de planes y negociaciones para que ambos puedan obtener beneficios.*

**Palabras clave:** análisis de posoptimalidad, inventarios, rentabilidad, margen bruto del retorno de la inversión del inventario (GMROI).

**Clasificación JEL:** C02, G31.

## Abstract

*Since the calculations in the inventory models yield a single optimal value without considering a range of values in which the minimums are maintained, a postoptimality methodology is proposed in this study to know the limits of the optimal quantity to order or produce for which the activities and associated costs are kept to a minimum within the supply chain, in addition to determining how profitable the investment in inventory is, by calculating the Gross margin return on investment (GMROI). Postoptimality analysis is performed over a range of 1 to 10 000 parts to order or produce for the buyer, supplier, and collaborative model inventory models. The results of the postoptimality analysis for the proposed example indicate that the joint inventory model generates a minimum cost within the supply chain when ordering and producing between 1039 and 1082 pieces; It is necessary to highlight that to apply a collaborative model between buyer and supplier, it is necessary to generate an exchange of information, formulation of plans, and negotiations so that both can obtain benefits.*

**Keywords:** Sensitivity analysis, inventories, profitability, Gross margin return on investment (GMROI).

**JEL Classification:** C02, G31.

## 1. Introducción

Por medio de los modelos de gestión de inventarios, las empresas calculan las cantidades óptimas a ordenar o producir, con lo que minimizan los gastos en el inventario. Los modelos clásicos de inventarios deterministas derivados del modelo de cantidad económica a ordenar (EOQ por sus siglas en inglés) sentaron las bases para las aplicaciones reales (Choi, 2013). Estos modelos calculan los valores óptimos de forma independiente, es decir, sin considerar la relación con otro elemento de la cadena de suministro.

Sin embargo, los modelos de inventarios colaborativos relacionan a dos o más elementos de la cadena de suministro, describen un comportamiento más semejante a las relaciones que se generan en dicha cadena y buscan, principalmente, optimizar sus costos de manera dependiente. En este caso particular se comparte la misma información de la demanda.

Los modelos de inventario clásicos y los colaborativos dan como resultado un valor óptimo único, por tal razón, se propone una metodología para realizar un análisis de posoóptimalidad para obtener un intervalo de valores óptimos para la cantidad a ordenar o producir que dé como resultado el costo total anual promedio mínimo del inventario. A partir de la aplicación de la metodología, se calcula el margen bruto del retorno de la inversión del inventario (GMROI, por sus siglas en inglés), el cual es una medida de productividad del inventario que expresa la relación entre el total de las ventas, el margen bruto de dichas ventas y el valor monetario invertido en el inventario. Mediante este indicador se determina qué tan rentable es la inversión destinada al inventario.

El análisis de posoóptimalidad es una herramienta de apoyo para la toma de decisiones y negociaciones entre los integrantes de la cadena de suministro. Resulta ser un cálculo complejo al no conocerse el tipo de función que describe el comportamiento generado a partir de la variación de un valor a la vez y asumiendo que todos los demás valores permanecen sin ningún cambio.

## 2. Marco teórico

El inventario es un elemento fundamental de la gestión de capital circulante. Para cualquier empresa con una operación manufacturera, representa hasta 50 % del

valor de los activos (Zapata *et al.*, 2020). Debido a que el inventario ocupa un porcentaje significativo que impacta a la rentabilidad de la empresa, cualquier procedimiento o técnica que permita disminuir los costos en este puede contribuir positivamente a la tasa de rendimiento (Trujillo *et al.*, 2017).

Los inventarios tienen su origen en el antiguo Egipto y otros pueblos de la antigüedad, que acostumbraban almacenar grandes cantidades de alimentos para su utilización en los tiempos de sequía (Durán, 2012). Un inventario se define como los bienes de una empresa destinados a la producción de artículos para su posterior venta. Estos bienes pueden ser: materias primas, producción en proceso, artículos terminados y otros materiales empleados en el empaque; se incluyen las refacciones (Sipper y Bulfin, 1999).

La teoría del inventario tiene sus raíces en el modelo de cantidad económica de pedido (EOQ, por sus siglas en inglés) propuesto por Harris en 1913 (Mora, 2018). Este modelo fue el pionero y ha sido la base para el desarrollo de otras variantes del modelo, de ahí que sea considerado clásico (Choi, 2013). El modelo EOQ sigue siendo una herramienta importante para las empresas que desean minimizar sus costos de inventario al encontrar un equilibrio entre la cantidad de pedidos por año y el costo anual de mantenimiento (Pereira y Costa, 2015).

El concepto básico de este modelo es crear un balance entre los costos de ordenar y los costos de almacenar. El modelo EOQ opera con los supuestos de demanda por unidad de tiempo ( $D$ ) constante y determinística, reabastecimiento inmediato y costos constantes. La demanda puede determinarse a partir de pronósticos o por una estimación a partir del análisis de registro histórico de los datos (Sipper y Bulfin, 1999). El modelo EOQ se centra en el cálculo de la cantidad a ordenar ( $Q$ ) dada por la ecuación (1); el costo total promedio anual del inventario  $K(Q)$  descrito por la ecuación (2), que incluye el costo de colocar una orden ( $A$ ) y el costo de mantener una unidad en el inventario en términos de porcentaje del valor de la unidad por unidad de tiempo ( $h$ ).

$$Q = \sqrt{\frac{2AD}{h}} \quad (1)$$

$$K(Q) = cD + \frac{AD}{Q} + \frac{hQ}{2} \quad (2)$$

A partir del modelo EOQ, surge el modelo de cantidad económica a producir (EPQ, por sus siglas en inglés). Este es un modelo matemático para el control de inventarios que tiene como objetivo determinar las cantidades óptimas a producir para minimizar los costos totales de fabricación.

El modelo matemático EPQ sin faltantes se basa en supuestos de demanda (D) constante y determinística, tasa de producción constante en un tiempo y mayor a la demanda para no generar faltantes. Entre los costos asociados a este modelo se tiene aquel por concepto de preparar una corrida o lote de producción (A) y el de mantener una unidad en el inventario en términos de porcentaje del valor de la unidad por unidad de tiempo (h). La cantidad óptima del lote a producir se describe en la ecuación (3) y el costo total del inventario se calcula mediante la ecuación (4). Cabe hacer la aclaración de que no se consideran los costos de permitir órdenes atrasadas o faltantes.

$$Q^* = \sqrt{\frac{2AD}{h\left(1 - \frac{D}{P}\right)}} \quad (3)$$

$$K(Q) = cD + \frac{AD}{Q} + h \frac{Q\left(1 - \frac{D}{P}\right)}{2} \quad (4)$$

Las actividades colaborativas en una cadena de suministro dependen de las relaciones entre los proveedores, fabricantes, clientes y demás involucrados. La colaboración relaciona dos o más empresas independientes que trabajan de manera conjunta, con el fin de llevar a cabo operaciones que generen mayores beneficios que los alcanzados de forma individual (Kolk *et al.*, 2008).

Los integrantes de la cadena de suministro deben identificar las relaciones y las fuentes de comunicación adecuadas que influyan en el mejoramiento productivo para alcanzar los objetivos de colaboración. Simatupang y Sridharan (2002) propusieron cinco elementos de colaboración entre los integrantes de la cadena de suministro: el intercambio de información sobre la planificación, el proceso, el control y el rendimiento de la cadena de suministro, la sincronización de las decisiones y la alineación de los incentivos basada en el rendimiento global.

Bookbinder y Heath (1988) desarrollaron el concepto planeación de requerimientos de distribución (DRP, por sus siglas en inglés). El objetivo del modelo DRP es minimizar el inventario y el costo en el sistema de distribución para un cierto nivel

de servicio y pronóstico de demanda a través de la planificación de los niveles de inventario y reposiciones. Esto requiere información confiable y oportuna de ventas, inventario y pronóstico de las ubicaciones del inventario en la red de distribución (Holmström *et al.*, 2016).

El enfoque de DRP es de reabastecimiento por fases temporales. Se revisa el estado del inventario en cada fase y se generan nuevos planes de envío periódicamente. Debido a que el inventario se planifica a lo largo de la cadena de suministro en función de la demanda anticipada, los sistemas DRP se consideran proactivos. Entre las ventajas de DRP se encuentran: la reducción del inventario, un mejor servicio al cliente y la compatibilidad con otros sistemas dentro de la cadena de suministro (Enns y Suwanruji, 2000).

El interés de pronosticar conjuntamente la demanda de los clientes y gestionar las funciones comerciales condujo al desarrollo del modelo de colaboración de planificación, pronóstico y reabastecimiento (CPFR, por sus siglas en inglés), herramienta que tiene como objetivo reducir los inventarios y los gastos sin afectar el servicio al cliente (Panahifar *et al.*, 2015). El modelo CPFR ha sido implementado en las empresas Wal-Mart, Heineken USA y Coca-Cola FEMSA, mejorando la exactitud del pronóstico de la demanda, el orden y las ventas, generando menores costos de adquisición, inventarios más pequeños, tiempos de ciclo más cortos y respuesta más rápida al mercado (Zumba, 2017).

El inventario administrado por el proveedor (VMI, por sus siglas en inglés) es un modelo colaborativo que se utiliza para monitorear la reposición del inventario del cliente, vinculando los diferentes procesos de planificación de cada socio, es decir, cada socio debe compartir su visión de la demanda, requisitos y limitaciones para fijar objetivos en común para cada producto. Al implementar el modelo VMI, el proveedor conoce la demanda del cliente, lo que da como resultado un método de previsión de ventas y una distribución efectiva del inventario (Marqués *et al.*, 2010).

Salas-Navarro *et al.* (2017) plantearon una metodología de gestión de inventarios para determinar los niveles de integración y colaboración en una cadena de suministro. Dicha metodología incluye los siguientes pasos: definición de las políticas para la integración y colaboración, planificación colaborativa, integración de procesos claves y críticos, medición de desempeño y elaboración de planes de acción. El objetivo de esta metodología es medir los niveles de integración y colaboración en la planificación de la cadena de suministro.

Entre los modelos colaborativos se encuentra el modelo de inventario multiescalón o *multi-echelon inventory system*, el cual se basa en una dependencia entre varias capas de proveedores distribuidos en diversos centros de distribución. En este modelo se supone que debe existir una coordinación de los inventarios entre el comprador y el proveedor, pero en muchos casos los sistemas se optimizan de forma individual, es decir, cada centro de distribución y cada punto de venta optimiza su propio inventario individualmente. Una política de control para este modelo de inventario es determinar la interrelación entre los almacenes y el depósito (Quitian y Pinzón, 2018).

Velásquez (2013) propone un modelo de inventarios en el que analizó un eslabón de la cadena de suministro que relaciona el comportamiento del inventario del comprador y el proveedor. En su análisis relaciona al modelo EOQ como el comportamiento esperado del inventario para el comprador, mientras que para el proveedor el comportamiento del inventario indica que no se puede asemejar a un modelo EPQ debido a las siguientes razones:

- El proveedor realiza una corrida de producción para satisfacer el pedido de un solo cliente.
- El proveedor no tendrá consumo durante el tiempo de producción.
- La demanda será puntual por el lote completo de la producción.

Derivado del análisis, Velásquez plantea la ecuación (5), que representa los costos totales de inventario para el proveedor, y la ecuación (6), para calcular el tamaño de lote de producción, que minimiza los costos asociados para el proveedor (Velásquez, 2013).

$$K_p(Q) = A_p \frac{D}{Q} + h_p \frac{Q \left( \frac{D}{P} \right)}{2} \quad (5)$$

$$Q^* = \sqrt{\frac{2A_p D}{h_p \left( D - \frac{D}{P} \right)}} \quad (6)$$

Continuamos con la propuesta de Velásquez (2013), que conjunta los modelos de inventarios para el comprador y el proveedor, y considera para el cálculo del costo total en la cadena de suministro la suma de los costos de ambos llegando a la ecuación (7) y para el cálculo de la cantidad óptima de pedido que minimiza el costo en conjunto, todo lo cual se obtiene por la ecuación (8).

$$K(Q) = A_c \frac{D}{Q} + h_c \frac{Q}{2} + A_p \frac{D}{Q} + h_p \frac{Q \left(\frac{D}{P}\right)}{2} \quad (7)$$

$$Q^* = \sqrt{\frac{2(A_c + A_p)D}{h_c + h_p \left(D - \frac{D}{P}\right)}} \quad (8)$$

En su conjunto, el concepto de costo se considera importante para llegar a una mayor eficiencia en la cadena de suministro, ya que entre más alta sea la rentabilidad en la cadena, esta será más exitosa. La eficiencia de la cadena de suministro es la diferencia entre lo que vale el producto para el cliente final y los costos en los que se incurre para satisfacer la demanda del producto. Por medio de un modelo de inventario conjunto entre comprador y proveedor pueden minimizarse los costos de la cadena, por lo cual es importante que comprador y proveedor puedan establecer negociaciones en términos de cooperación y colaboración (Velásquez, 2013).

La rentabilidad de la empresa se mide mediante indicadores, los cuales miden la efectividad de la administración y permiten valorar qué tan rápido pueden generarse ganancias en comparación con los gastos de un período de tiempo. La rentabilidad se mide estableciendo relaciones entre el estado de resultados y el balance general, mediante los siguientes indicadores (Flores *et al.*, 2013):

- *Margen bruto*. Indica la utilidad de la empresa en relación con las ventas, después de deducir los costos de producir y los servicios.
- *Margen operativo*. Indica la relación entre cada peso generado de utilidad y cuánto se utiliza en los gastos administrativos.
- *Margen neto*. Es la utilidad que genera la empresa sobre los ingresos. Considera la utilidad libre de todos los gastos, costos y cualquier salida de efectivo de la empresa.
- *Razón de rendimiento de los activos (ROA)*. Esta razón indica la rentabilidad de la empresa en relación con sus activos.

Un indicador clave que permite evaluar directamente la rentabilidad de los inventarios es el GMROI (por sus siglas en inglés), que es un indicador que calcula el margen bruto del retorno de inversión de inventarios. Se calcula al dividir el

margen bruto entre el promedio de los costos de su inventario, en un período determinado. Combina dos factores de rentabilidad: el margen bruto y su relación entre las ventas y la inversión en inventario (Matos, 2013).

El GMROI puede usarse como una herramienta que indica la cantidad de margen bruto que se regresa por cada unidad monetaria invertida en el inventario. Al mismo tiempo, muestra el grado de rotación del inventario y el rendimiento de la inversión en este, lo cual se expresa en porcentaje o múltiplos monetarios. La expresión para calcularlo se muestra en la ecuación (9).

$$\text{GMROI} = \frac{\text{Ventas anuales}}{\text{Costo promedio del inventario}} * \text{Margen bruto \%} \quad (9)$$

Un valor GMROI igual a 1 equivale a decir que por cada unidad monetaria invertida en el inventario, el retorno en un año es de una unidad monetaria, lo que indica que ese año no se generó rentabilidad. Un valor de GMROI mayor a 1 indica que se generó rentabilidad mientras que un valor menor indica que se tuvieron pérdidas.

El margen bruto indica el margen por unidad de cada artículo. Un producto puede tener un alto margen, pero un bajo volumen de ventas, por lo que el margen bruto depende del total de las existencias en el inventario y su rotación, y se calcula con la expresión (10).

$$\% \text{ Margen bruto} = \frac{\text{Ventas} - \text{Costos de las ventas}}{\text{Ventas}} \quad (10)$$

Para optimizar el GMROI, es posible aumentar la rotación del inventario, disminuir el nivel de inventario y mejorar el margen bruto mediante el aumento de precios o mejorando las relaciones con los proveedores para obtener descuentos.

De esta forma, el análisis de posoptimalidad es una herramienta que sirve de apoyo para evaluar las respuestas a las técnicas o modelos aplicados para la gestión de inventarios. En un trabajo previo (Rodríguez y Segura, 2021), se analizó un modelo colaborativo sin incluir una medición de la ganancia esperada por la inversión efectuada en los inventarios óptimos.

El análisis de posoptimalidad es un proceso analítico que estudia los cambios generados en la solución óptima a partir de los cambios en las variables o parámetros involucrados, creando un entorno dinámico. Aplicado a un modelo de inventario, su objetivo es identificar la variable que produce el mayor cambio en el resultado.

Cao *et al.* (2012) analizaron el efecto de los cambios entre los valores estimados y reales en sistemas de inventario de impresoras con demanda estocástica. Mediante los resultados del análisis de posoptimalidad, esto les permitió conocer el comportamiento del sistema para tomar decisiones operativas.

Khanra *et al.* (2014) realizaron un análisis de posoptimalidad del modelo clásico del vendedor de periódicos, establecieron un límite inferior de desviación de costos para distribuciones unimodales con demanda, también lo compararon con el modelo EOQ y observaron que la desviación de costos aumenta con la proporción de demanda.

Malik *et al.* (2016) propusieron un modelo de inventario y a través de un análisis de posoptimalidad realizaron también el del modelo. Presentaron siete escenarios al cambiar valores en las variables de demanda, el costo de ingresos por ventas y el costo de compras por unidad de artículo, y analizaron el impacto del cambio de las variables en el ciclo de pedido, la ganancia total por unidad de tiempo del sistema de inventario y el nivel máximo de inventario.

Basri *et al.* (2018) presentaron un caso de estudio de un hospital para el cual se calculó la cantidad óptima de medicamentos a ordenar. Mediante el modelo EOQ, propusieron un análisis de posoptimalidad cambiando el costo de ordenar y mantener inventario, para así obtener el nivel de inventario promedio. A través del análisis de posoptimalidad, explicaron varios escenarios que facilitaron la toma de decisiones para reducir el exceso de existencias.

Shinn (2020) analizó un modelo de inventario de distribuidor en una cadena de suministro de dos etapas compuesta por el proveedor, el distribuidor y el cliente final, y realizó un análisis de posoptimalidad que muestra el efecto del período de crédito en el tamaño del lote del distribuidor y el precio de venta.

A través de la revisión de la literatura se ha identificado que el análisis de posoptimalidad es una herramienta que se aplica continuamente para evaluar, analizar y comparar diferentes escenarios, lo que la convierte en una herramienta para apoyar la toma de decisiones. Este trabajo contribuye a la literatura al desarrollar un análisis de posoptimalidad en modelos determinísticos de inventarios, mostrando los diferentes escenarios que se generan al variar la cantidad óptima a ordenar dentro de un determinado intervalo de valores y el impacto en el costo del inventario del comprador y proveedor.

### 3. Metodología

A continuación, se describe la metodología para realizar el análisis de posoptimalidad a la respuesta de los modelos de inventarios dentro de límites definidos, determinados por las variables de entrada del sistema y el cálculo del GMROI. La metodología se puede aplicar a modelos de inventarios tradicionales y colaborativos:

- *Identificar el modelo matemático del inventario.* Establecer los parámetros de demanda, tasa de producción, los costos de mantener y ordenar correspondientes al modelo.
- *Realizar el cálculo de la cantidad óptima a ordenar o producir ( $Q^*$ ).* El cálculo se realizará con el respectivo modelo matemático al modelo del inventario.
- *Obtener el costo total del inventario  $K(Q^*)$ .* El cálculo se realizará con el respectivo modelo matemático al modelo del inventario.
- *Plantear un intervalo de valores enteros para la cantidad  $Q$ .*
- *Se plantea una  $\beta$  que permite medir el cambio entre la cantidad óptima a ordenar  $Q^*$  y una cantidad  $Q$ .* Los valores de  $\beta$  se calculan con la siguiente expresión:  
$$\beta = \frac{Q}{Q^*}$$
- *Realizar el cálculo de:*  $f(\beta) = \frac{K(Q)}{k(Q^*)}$

Esta función indica el cambio del costo del inventario relacionado con el cambio en la cantidad  $Q$  contenida en el intervalo de valores a analizar.

- *Elaborar una tabla para plantear los cálculos necesarios para el análisis de posoptimalidad.* En la primera columna, enlistar los valores de  $Q$  contenidos en el intervalo a analizar; en la segunda columna, colocar el cálculo de  $K(Q)$  para cada valor de  $Q$ ; en la tercera columna, calcular el valor de  $\beta$  para cada  $Q$  y, en la cuarta columna, colocar el cálculo de  $f(\beta)$ .
- *Realizar la gráfica que indique el comportamiento del análisis de posoptimalidad.*
- *Realizar el cálculo del margen bruto del retorno de la inversión del inventario.*

Aplicar esta metodología permite que, por medio del análisis de posoptimalidad, se haga el planteamiento de diversos valores para las cantidades óptimas a ordenar y producir para identificar el rango de valores, donde la solución y los costos siguen siendo mínimos.

## 4. Análisis de resultados

Con la metodología anteriormente planteada, se realizó el análisis de posoptimalidad para un modelo de inventarios para el comprador, proveedor y un modelo colaborativo, el cual se presenta en el apartado siguiente.

Retomando el ejemplo planteado por Velásquez (2013), se presenta un análisis de posoptimalidad para los modelos de inventario del comprador, el proveedor y el modelo colaborativo, con el propósito de identificar los efectos en el costo del inventario al realizar la variación de la cantidad económica a ordenar o producir.

Para mostrar la aplicabilidad de modelo colaborativo de Velásquez es necesario agregar una dimensión dinámica para analizar el impacto de modificar la cantidad económica a ordenar o producir, y observar el impacto en el costo asociado al inventario, tanto para el proveedor como para el comprador.

Una forma sencilla de realizar hacer análisis es mediante la creación de una tabla con un intervalo de los valores de la cantidad a ordenar o producir, y el resultado de los costos asociados a cada cantidad.

El análisis de posoptimalidad se realiza de forma separada para el modelo de inventarios de comprador, el modelo del proveedor y el modelo colaborativo que involucra el costo de ambos. A continuación, se indican los datos propuestos en el ejemplo de Velásquez con los que se realizaron los cálculos necesarios para este análisis:

- Comprador:  $D = 2000$  unidades/año,  $A_c = \$ 250.00$  por pedido,  $h_c = \$ 4$  por unidad/año
- Proveedor:  $P = 10\,000$  unidades/año,  $A_p = \$ 1000.00$  por pedido,  $h_p = \$ 2.00$  por unidad/año

El comprador y el proveedor se encuentran en la misma cadena de suministro, por lo tanto, la demanda del comprador es la misma que la del proveedor.

### *Análisis de posoptimalidad para el modelo del comprador*

Para el comprador se emplea el modelo EOQ, con el cual se calcula la cantidad óptima a ordenar de  $Q_c^* = 500$ , con un costo asociado  $K_c(Q) = \$ 2000$ .

Para realizar el análisis de posoptimalidad, se calcula la relación  $\beta$  que permite medir el cambio entre la cantidad óptima a ordenar  $Q_c^* = 500$ , y un intervalo de cantidad

Q. Para este análisis se consideraron todos los valores enteros de Q dentro del intervalo de 1 a 10 000 piezas, con incrementos de una unidad. En la tabla 1 (ver tabla 1) se muestran algunos valores de  $\beta$  en la columna 3.

El intervalo de valores óptimos de piezas a ordenar obtenidos a partir del análisis de posoptimalidad para el comprador es de 485 a 516 piezas a ordenar.

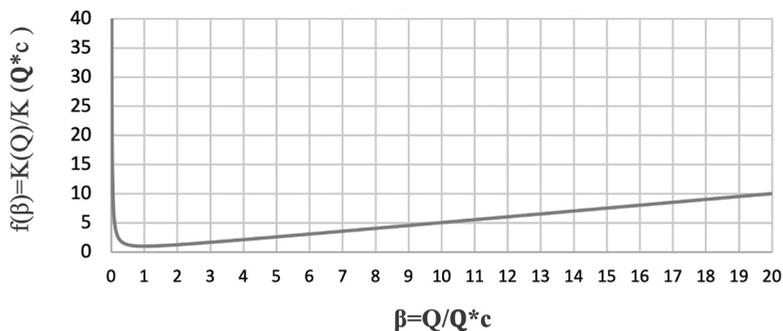
**Tabla 1.** Análisis de posoptimalidad. Modelo de inventarios para el comprador

| Q      | Costo del comprador | $\beta=Q/Q^*c$ | $f(\beta)=K(Q)/K(Q^*c)$ | Costo del vendedor | Costo colaborativo |
|--------|---------------------|----------------|-------------------------|--------------------|--------------------|
| 50     | \$ 10 100.00        | 0.098          | 5.151                   | \$ 40 010.00       | \$ 50 110.00       |
| 110    | \$ 4765.00          | 0.22           | 2.3825                  | \$ 18 203.00       | \$ 22 969.00       |
| 500    | \$ 2000.00          | 1              | 1                       | \$ 4100.00         | \$ 6100.00         |
| 900    | \$ 2355.00          | 1.8            | 1.1775                  | \$ 2402.00         | \$ 4757.00         |
| 10 000 | \$ 20 050.00        | 20             | 10.025                  | \$ 2200.00         | \$ 22 250.00       |

Fuente: elaboración propia.

De acuerdo con los valores encontrados, pedir una cantidad inferior a la óptima implica un costo mayor que pedir cantidades mayores. En la gráfica 1 se observa el análisis de posoptimalidad donde, para valores de  $\beta$  menores a 1 los costos son muy elevados, mientras que para valores mayores a 1 el costo total anual promedio  $K(Q)$  aumenta, pero en una proporción menor (ver gráfica 1).

**Gráfica 1.** Análisis de posoptimalidad del modelo de inventario del comprador



Fuente: elaboración propia.

Al analizar los costos del inventario, el modelo del comprador presenta un aumento en el costo cuando  $\beta$  es mayor a 1, lo cual indica que, para el comprador, mantener inventarios mayores a 500 piezas incrementa el costo total en el inventario.

## *Análisis de posoptimalidad para el modelo del proveedor*

Aplicando el modelo de inventarios para el proveedor descrito por las ecuaciones 5 y 6, se obtiene una cantidad óptima a producir de  $Q_p^* = 3162$ , con un costo asociado de  $K_p(Q) = \$ 1264$ . Para el análisis de posoptimalidad se consideraron todos los valores enteros de  $Q$  dentro del intervalo de 1 a 10 000 piezas. Con incremento de una unidad a partir del análisis se obtuvo un intervalo de piezas óptimas a producir de 3126 a 3169. En la tabla. 2, se presenta una muestra de valores obtenidos del análisis de posoptimalidad realizados al modelo del proveedor (ver tabla 2).

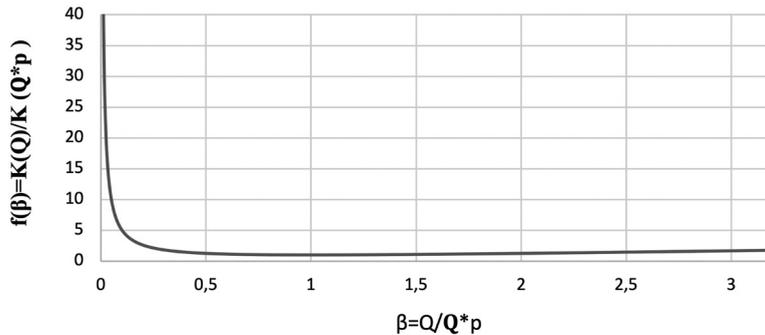
**Tabla 2.** Análisis de posoptimalidad. Modelo de inventarios para el proveedor

| Q    | Costo del proveedor | $\beta=Q/Q_p^*$ | $f(\beta)=K(Q)/K(Q_p^*)$ | Costo del comprador | Costo colaborativo |
|------|---------------------|-----------------|--------------------------|---------------------|--------------------|
| 50   | \$ 40 010.00        | 0.015812777     | 31.65348101              | \$ 10 100.00        | \$ 50 110.00       |
| 1500 | \$ 1633.00          | 0.474383302     | 1.29193038               | \$ 3333.00          | \$ 4 966.00        |
| 3162 | \$ 1264.00          | 1               | 1                        | \$ 6482.00          | \$ 7 747.00        |
| 6500 | \$ 1607.00          | 2.055660974     | 1.271360759              | \$ 13 076.00        | \$ 14 684.00       |
| 8000 | \$ 1850.00          | 2.530044276     | 1.463607595              | \$ 16 062.00        | \$ 17 912.00       |

Fuente: elaboración propia.

Para el caso anterior, el umbral de valores en el que se mantiene el óptimo son de un  $\pm 3.2\%$ . En la gráfica 2, puede observarse que el proveedor se ve menos afectado en sus costos cuando tiene que producir más de lo óptimo, obteniendo un comportamiento más estable, pero si las cantidades a producir son menores a la óptima, los costos se elevan exponencialmente (ver gráfica 2).

**Gráfica 2.** Análisis de posoptimalidad del modelo de inventario del proveedor



Fuente: elaboración propia.

Si para el proveedor se aplica el modelo EPQ para calcular la cantidad a producir y el costo asociado, tomando los valores del ejemplo se obtienen los valores de  $Q_p^* = 1581$  y  $K_p(Q) = \$ 2529$ . Como resultado, se tiene un costo mayor que el obtenido por el modelo de Velásquez.

### *Análisis de posoptimalidad para el modelo colaborativo de comprador y proveedor*

Para el análisis de posoptimalidad del modelo colaborativo, el intervalo de  $Q$  se considera entre 1 a 10 000 piezas con el objetivo de contemplar cualquier escenario y usarlo como una herramienta para tomar decisiones que permitan mantener eficiente la cadena de suministro.

El modelo colaborativo pondera la mejor relación para ambas partes y su geometría sería intermedia a los otros dos modelos, como se observa en la gráfica 3. Los costos se elevan exponencialmente cuando  $\beta$  es mayor a 1 y se encuentra un poco más arriba que en el modelo del proveedor, pero considerablemente son menores que en el modelo del comprador (ver gráfica 3).

Este modelo sincroniza al comprador y al proveedor para que compartan una cantidad a ordenar y a producir que permita cubrir los intereses de ambos y que disminuya los costos de la cadena de suministro, como se muestra en la tabla 3. Por ello, es necesario que ambos establezcan una comunicación eficaz y generen negociaciones para obtener menores costos en el inventario (ver tabla 3).

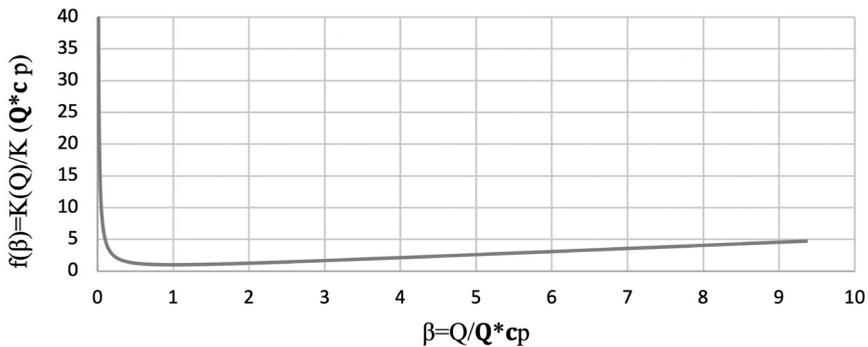
**Tabla 3.** Análisis de posoptimalidad modelo de inventarios conjunto

| Q      | Costo colaborativo | $\beta=Q/Q^*_{cp}$ | $f(\beta)=K(Q)/K(Q^*_{cp})$ | Costo del comprador | Costo del proveedor |
|--------|--------------------|--------------------|-----------------------------|---------------------|---------------------|
| 250    | \$ 10 550.00       | 0.234521576        | 2.249466951                 | \$ 2500.00          | \$ 8050.00          |
| 1000   | \$ 4700.00         | 0.938086304        | 1.002132196                 | \$ 2500.00          | \$ 2200.00          |
| 1066   | \$ 4690.00         | 1                  | 1                           | \$ 2601.00          | \$ 2080.00          |
| 6000   | \$ 13 616.00       | 5.628517824        | 2.903198294                 | \$ 12 083.00        | \$ 1533.00          |
| 10 000 | \$ 22 250.00       | 9.380863039        | 4.744136461                 | \$ 20 050.00        | \$ 2200.00          |

Fuente: elaboración propia.

La tabla 3 muestra los valores óptimos de  $Q^*_{cp} = 1066$  y  $K(Q^*_{cp}) = \$ 4690.00$  calculados por el modelo de inventarios conjuntos. Para este modelo el  $K(Q^*_p) = \$ 2601.00$  y  $K(Q^*_p) = \$ 2089.00$ , el análisis de posoptimalidad indica que el intervalo óptimo de cantidad a pedir y ordenar se encuentra entre 1039 y 1082 piezas.

**Gráfica 3.** Análisis de posoptimalidad del modelo de inventario del conjunto



Fuente: elaboración propia.

Como puede observarse, en las gráficas 1, 2 y 3, el modelo del comprador, proveedor y el modelo conjunto tienen una geometría similar en el dominio de  $\beta$  de 0 a 3.2 aproximadamente. Al analizar los resultados de los tres modelos, el costo en la cadena de suministro es menor para el modelo colaborativo con una cantidad óptima a producir y ordenar de 1066 piezas.

En la tabla 4 puede observarse, en la columna cinco, el costo en la cadena de suministro al aplicar diferentes modelos de inventarios y obtener las cantidades óptimas a ordenar o producir; y en la columna seis se presenta la diferencia entre los costos del comprador y el proveedor al aplicar cada modelo. Mediante el análisis de los óptimos se demuestra que el modelo colaborativo genera un menor costo en la cadena de suministro y la diferencia entre los costos del comprador y el proveedor es mínima para el modelo colaborativo comparándola con los otros modelos (ver tabla 4).

**Tabla 4.** Cálculo de GMROI modelo colaborativo

| Modelos                        | Cantidad óptima Q | Costo      |            |                                  | Diferencia entre costos de comprador y proveedor |
|--------------------------------|-------------------|------------|------------|----------------------------------|--|
|                                |                   | Proveedor  | Comprador  | Total en la cadena de suministro |  |
| Proveedor (EPQ)                | 1581              | \$ 2529.00 | \$ 3478.00 | \$ 5059.00                       | \$ 949.00  |
| Comprador EOQ                  | 500               | \$ 4100.00 | \$ 2000.00 | \$ 6100.00                       | -\$ 2100.00                                      |
| Proveedor (Velásquez, 2013)    | 3162              | \$ 1264.00 | \$ 6482.00 | \$ 7747.00                       | \$ 5218.00                                       |
| Colaborativo (Velásquez, 2013) | 1066              | \$ 2089.00 | \$ 2601.00 | \$ 4690.00                       | \$ 512.00  |

Fuente: elaboración propia.

A continuación, se propone el cálculo del GMROI para obtener la productividad de la inversión en el inventario. Para el cálculo del GMROI se propone que las ventas anuales para el comprador y el proveedor son de 2000 piezas al año.

Los resultados de los cálculos del margen bruto y GMROI se encuentran en la tabla 5. Al analizar los resultados, tanto el comprador como el proveedor tienen un margen bruto de retorno de la inversión del inventario mayor a uno al mantener un nivel de inventario de 1066 piezas, valor óptimo de acuerdo con el análisis de posoptimalidad realizado al modelo colaborativo (ver tabla 5).

**Tabla 5.** Cálculo de GMROI del modelo colaborativo

|           | Ventas anuales promedio | Inventario | Margen bruto | GMROI |
|-----------|-------------------------|------------|--------------|-------|
| Proveedor | \$ 780.00               | 1066       | 18 %         | 6.8   |
| Comprador | \$ 1000.00              | 1066       | 23 %         | 9.0   |

Fuente: elaboración propia.

El margen bruto indica cuánto de los ingresos se mantiene como ganancia. Por lo tanto, si el margen bruto del proveedor es de 18 %, como se muestra en la tabla 4, significa que obtiene 0.18 de utilidad por cada unidad monetaria de ingreso. La misma interpretación se le da al margen bruto calculado para el comprador. Para el proveedor, el margen bruto también se utiliza para medir los costos de fabricación. Si el margen bruto es bajo, puede decidir reducir los costos de producción.

Los valores de GMROI mostrados en la tabla 5 expresan que, por cada unidad monetaria invertida en el inventario, la rentabilidad en un año es de 6.8 unidades monetarias para el proveedor, y para el comprador son 9 unidades monetarias. Conocer el valor de GMROI nos permite tomar decisiones para la gestión y el control de inventarios, ya que es una medida de la productividad del inventario.

Al trabajar con modelos colaborativos, el cálculo del GMROI permite identificar la ganancia por unidad monetaria invertida por el comprador y el proveedor, para asegurar que ambos reciban beneficios económicos al trabajar juntos. Al analizar los valores obtenidos de margen bruto y GMROI para el proveedor y el comprador, la cantidad óptima a ordenar y producir calculada por el modelo colaborativo genera niveles similares de rentabilidad del inventario para ambos.

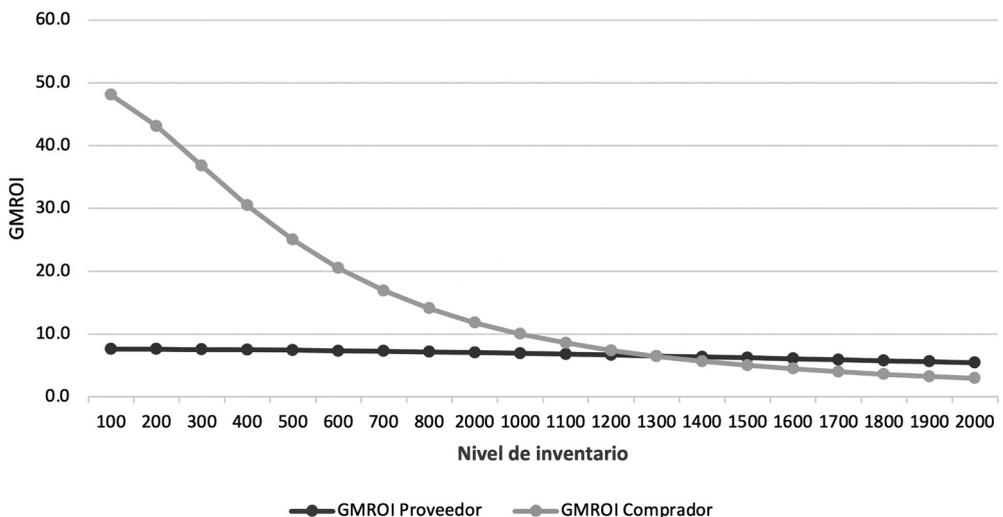
Conocer el valor del GMROI es una herramienta más que permite tomar decisiones para la administración y el control del inventario, ya que es una medida de productividad del inventario. De igual forma, al trabajar con modelos colaborativos, el cálculo del GMROI permite identificar la ganancia por unidad monetaria invertida y realizar un comparativo entre el comprador y el proveedor de este margen, para mantenerlo en valores cercanos y, de esta forma, garantizar que ambos reciban beneficios económicos al trabajar en conjunto.

Al realizar un análisis de posoptimalidad para el cálculo de GMROI para el modelo de comprador y proveedor por separado, se plantea un intervalo de niveles de

inventario de 100 a 2000 piezas para ambos y se calcula el valor de GMROI obtenido para cada valor de inventario.

En la gráfica 4, puede observarse el resultado de dicho análisis. En el valor de GMROI para el proveedor no se tienen grandes variaciones a los distintos valores de inventario, mientras que en el nivel de GMROI para el comprador se observa que a menor inventario se tiene una mayor rentabilidad de este y, al aumentar el inventario, el valor de GMROI disminuye. Un punto más a observar es que en el valor de 1300 piezas de inventario, tanto para el proveedor como para el comprador, el valor de GMROI es el mismo (ver gráfica 4).

**Gráfica 4.** Análisis de posoptimalidad para el nivel de inventario y GMROI del comprador y proveedor



Fuente: elaboración propia.

Si bien los modelos colaborativos disminuyen el costo en la cadena de suministro, de acuerdo con el análisis de posoptimalidad, los valores óptimos de producir y ordenar son distintos a los óptimos calculados para el comprador y el proveedor de forma individual. A partir de esto, se llevan a cabo negociaciones y políticas para que ambos resulten beneficiados.

## 5. Conclusiones

La contribución de este trabajo fue una metodología para el análisis de posoptimalidad para obtener un intervalo o umbral de valores óptimos para la cantidad a ordenar o producir, que den como resultado el costo total promedio mínimo en el inventario. Además, se presentó el análisis de los resultados obtenidos de la metodología planteada, aplicada a un problema teórico.

El análisis de posoptimalidad es una herramienta que facilita la toma de decisiones. Para el ejemplo planteado, se identificaron los efectos en la variación de la cantidad a ordenar o producir y, como resultado, se obtuvo que a cambios drásticos se generan altos costos que impactarán en la rentabilidad de la empresa. Se puede concluir que, del análisis de posoptimalidad realizado a los modelos de inventario para el comprador, proveedor y colaborativo, la relación de  $\beta$  menor a 1 representa un costo exponencialmente mayor. Para  $\beta$  mayor a 1 también eleva los costos, pero no tan drásticamente como cuando es menor que 1. Por lo tanto, en los tres modelos, es preferible tener un  $Q$  mayor que el valor óptimo  $Q^*$  en lugar de un  $Q$  menor que el óptimo.

Al calcular el GMROI se combinan el margen bruto y la rotación de inventario, lo que permite analizar la productividad del inventario. Para el caso desarrollado, el valor del GMROI es mayor a uno, lo que indica que existe una ganancia por cada unidad monetaria invertida. De acuerdo con los resultados presentados, se puede concluir que el modelo colaborativo de relacionar al comprador y al proveedor reduce los costos en la cadena de suministro. Los modelos matemáticos colaborativos demuestran reducir costos en la cadena de suministro, pero su implementación y éxito depende de la participación, comunicación y organización de los involucrados.

Como trabajo futuro se pueden realizar diferentes análisis de posoptimalidad al tener una variación en los costos y la demanda, para analizar la respuesta e identificar el umbral e intervalo de valores óptimos.



Esta obra se distribuye bajo una Licencia Creative Commons  
Atribución-NoComercial-CompartirIgual 4.0 Internacional.

## Referencias

- Basri, M. H., Farmaciawaty, D. A., Adhiutama, A., Widjaja, F. B. y Rachmania, I. N. (2018). «Sensitivity Analysis of Average Inventory Level (ALL) at a Specialized Hospital». *Journal of Technology Management*, 17 (3), 261-269.
- Bookbinder, J. y Heath, D. (1988) «Replenishment Analysis in Distribution Requirements Planning». *Decision Sciences*, vol. 19, núm. 3, 477-489.
- Cao, H., Chai, Y. y Liu, Y. (2012). «Inventory management model and sensitivity analysis for stochastic demand». *Journal of Tsinghua University Science and Technology*, 52 (11), 1513-1517.
- Choi, T. M. (ed.). (2013). *Handbook of EOQ inventory problems: Stochastic and deterministic models and applications* (vol. 197). Springer Science & Business Media.
- Durán, Y. (2012). «Administración del inventario: elemento clave para la optimización de las utilidades en las empresas». *Visión gerencial*, 55-78.
- Enns, S. T. y Suwanruji, P. (2000). «Distribution planning and control: an experimental comparison of DRP and order point replenishment strategies». En Conference Proceedings of the Academy of Business and Administrative Sciences, Praga, República Checa.
- Flores, M. C., Gómez, D. O., Briones, J. B. y Cervantes, G. P. (2013). «Rentabilidad y competitividad en la pyme». *Ciencia administrativa*, 80-86.
- Holmström, J., Småros, J., Disney, S. M. y Towill, D. R. (2016). «Collaborative supply chain configurations: The implications for supplier performance in production and inventory control» (pp. 27-37). En Kulwant *et al.*, *Developments in Logistics and Supply Chain Management*. Palgrave Macmillan.
- Khanra, A., Soman, C. y Bandyopadhyay, T. (2014). «Sensitivity analysis of the newsvendor model». *European Journal of Operational Research*, 239 (2), 403-412.
- Kolk, A., Van Tulder, R. y Kostwinder, E. (2008). «Business and partnerships for development». *European Management Journal*, 262-273.
- Malik, A. K., Shekhar, C., Vashisth, V., Chaudhary, A. K. y Singh, S. R. (2016). «Sensitivity analysis of an inventory model with non-instantaneous and time-varying deteriorating Items». En AIP Conference Proceedings (vol. 1715, núm. 1, p. 020059). AIP Publishing LLC.
- Marqués, G., Thierry, C., Lamothe, J. y Gourc, D. (2010). «A review of vendor managed inventory (VMI): from concept to processes». *Production Planning & Control*, 21(6), 547-561.
- Mora Arquez, G. M. (2018). Diseño de un modelo de inventario EPQ, considerando un sistema de producción imperfecto con demanda estocástica y dependiente de los esfuerzos de ventas en esquemas colaborativos. Tesis de maestría. Universidad Tecnológica de Bolívar, Cartagena, Colombia.

- Matos García, T. A. (2013). Desarrollo de controles de análisis financiero para los inventarios de productos terminados en una empresa de consumo masivo caso: Alimentos Heinz de Venezuela. Tesis de maestría. Universidad de Carabobo, Venezuela.
- Panahifar, F., Heavey, C., Byrne, P. J. y Fazlollahtabar, H. (2015). «A framework for collaborative planning, forecasting and replenishment (CPFR): state of the art». *Journal of Enterprise Information Management*.
- Pereira, V. y Costa, H. G. (2015). «A literature review on lot size with quantity discounts: 1995-2013». *Journal of Modelling in Management*.
- Quitian, C. G. y Pinzón, J. N. (2018). Solución del problema de optimización de inventario de dos escalones con demanda estocástica para una red de distribución de un solo producto. Tesis doctoral, Universidad Industrial de Santander.
- Rodríguez, V. O. y Segura, P. E. (2021). «Análisis de postoptimalidad aplicado a un modelo de inventarios colaborativo». En el 25 Congreso Internacional De Ciencias Administrativas, UNAM.
- Salas-Navarro, K., Maiguel-Mejía, H. y Acevedo-Chedid, J. (2017). «Metodología de gestión de inventarios para determinar los niveles de integración y colaboración en una cadena de suministro». *Ingeniare. Revista chilena de ingeniería*, 326-337.
- Shinn, S. W. (2020). «Sensitivity Analysis of JLSP Inventory Model with Ordering Cost inclusive of a Freight Cost under Trade Credit in a Two-stage Supply Chain». *International Journal of Advanced Culture Technology*, 8 (3), 300-306.
- Simatupang, T. M. y Sridharan, R. (2007). «The architecture of supply chain collaboration». *International Journal of Value Chain Management*, 304-323.
- Sipper, D. y Bulfin, R. (1999). *Planeación y control de la producción*. McGraw Hill.
- Trujillo, N. C., Rodríguez, J. P., Figueredo, F. E. J., Molina, L. P. y Mayedo, Y. P. (2017). «La administración de los inventarios en el marco de la administración financiera a corto plazo. *Boletín Redipe*.
- Velásquez, E. A. P. (2013). «Un modelo para la optimización de políticas de inventario conjuntas en cadenas de suministro». *Inge Cuc*, 9 (1), 11-23.
- Zapata, A. S. C., Baldovino, J. P. R., Herazo, J. M. y Millán, R. R. (2020). «Importancia de la gestión de inventario en empresa de manufactura». *Boletín de Innovación, Logística y Operaciones*, 2(2), 37-42.
- Zumba Chávez, M. E. (2017). Evaluación de los resultados del modelo de colaboración CPFR En la cadena de suministro. Tesis de maestría, Universidad Espíritu Santo, Ecuador.

## ■ Sobre los autores

Esther Segura Pérez es ingeniera industrial, maestra y doctora en investigación de operaciones por la Universidad Nacional Autónoma de México, UNAM. Se desempeña como profesora de tiempo completo en la Facultad de Ingeniería en el departamento de Estadística e Investigación de operaciones. Es profesora por asignatura en la universidad Anáhuac Norte. Ha participado en más de 40 conferencias a nivel nacional e internacional, y ha publicado revistas y capítulos de libro en editoriales internacionales y nacionales.

[esther.segura@comunidad.unam.mx](mailto:esther.segura@comunidad.unam.mx)  
<https://orcid.org/0000-0002-4210-5762>

Verónica Olvera Rodríguez es ingeniera en Sistemas Electrónicos Industriales por la Universidad Autónoma de la Ciudad de México y maestra en Ingeniería Industrial por la Facultad y Posgrado de Ingeniería de la UNAM. Actualmente estudia el doctorado en Investigación de Operaciones en el Posgrado de Ingeniería de la UNAM.

[veronica.olvera@ingenieria.unam.edu](mailto:veronica.olvera@ingenieria.unam.edu)  
<https://orcid.org/0000-0002-9588-531X>